

ដែលម៉ាញ៉េទិចមានឥទ្ធិពលលើអង្គធាតុចំលងខ្ពស់

(ពិន្ទុ: 20)

អេឡិចត្រុងគឺជាដង់ដុកបន្ទុកអគ្គិសនី និងម៉ូម៉ង់ម៉ាញ៉េទិចនៃសារធាតុទាក់ទងទៅនឹងស្តីនបរិមាណចលនាមុំ (spin angular momentum)។ ដោយអន្តរកម្មអគ្គិសនីអេឡិចត្រុងនៅក្នុងសុញ្ញកាស បានគ្នាទៅវិញទៅមក។ ប៉ុន្តែ នៅក្នុងសារធាតុមួយចំនួន កំលាំងផ្គូផ្គងរវាងអេឡិចត្រុងអាចទាញគ្នាចូលដោយសារតែលំញ័រនៃបណ្តាញ។ នៅពេលដែលសីតុណ្ហភាពរបស់លោហៈទាបគ្រប់គ្រាន់ គឺទាបជាងសីតុណ្ហភាពកំរិត T_c អេឡិចត្រុងដែលមានបរិមាណចលនាផ្ទុយគ្នា និងមានស្តីនផ្ទុយគ្នា អាចផ្គុំគ្នាជាគូរ ហៅថា Cooper pairs។ ដោយការបង្កើត Cooper pairs អេឡិចត្រុងនិមួយៗថយថាមពលរបស់វាដោយ D បើប្រៀបធៀបទៅនឹងបន្សាយអេឡិចត្រុងសេរីនៅក្នុងលោហៈមានថាមពល $\frac{p^2}{2m_e}$ ដែល p ជាបរិមាណចលនា និង m_e ជាម៉ាស់របស់អេឡិចត្រុង។ Cooper pairs អាចហូរដោយគ្មានអស៊ីស្តង់ ហើយលោហៈក្លាយទៅជាអង្គធាតុចំលងខ្ពស់។ ប៉ុន្តែ ទោះបីជាសីតុណ្ហភាពទាបជាង T_c លក្ខណៈចំលងខ្ពស់អាចនឹងបំផ្លាញបើសិនជាអង្គធាតុចំលងខ្ពស់ស្ថិតនៅក្រោមឥទ្ធិពលនៃដែនម៉ាញ៉េទិច។ ក្នុងលំហាត់នេះ អ្នកនឹងធ្វើការទៅលើថា តើ Cooper pairs អាចបំផ្លាញដោយដែនម៉ាញ៉េទិចតាមផលចំនួនពីរ។

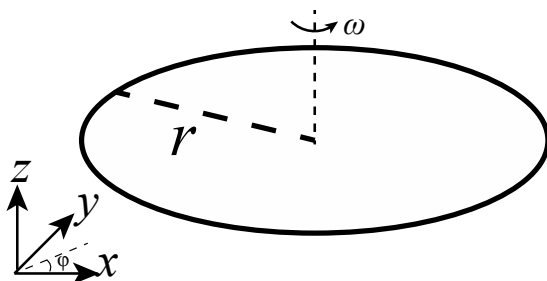
ផលទីមួយគឺផលប៉ាវ៉ាម៉ាញ៉េទិច ដែលក្នុងនោះអេឡិចត្រុងទាំងអស់អាចថយចុះថាមពលរបស់វាដោយសារតែម៉ូម៉ង់ម៉ាញ៉េទិចរបស់វាតម្រង់ត្រង់ហើយស្របទៅនឹងដែនម៉ាញ៉េទិច ដែលមិនបង្កើតជា Cooper pairs នៃស្តីនផ្ទុយគ្នានោះទេ។

ផលទី២គឺ ផលដ្យាម៉ាញ៉េទិច ដែលក្នុងនោះការកើនឡើងនៃដែនម៉ាញ៉េទិចនឹងធ្វើអោយប្រែប្រួលគន្លងចលនានៃ Cooper pairs និងកើនឡើងថាមពលរបស់វា។ នៅពេលដែលដែនម៉ាញ៉េទិចដែលផ្តល់ទៅលើវាខ្លាំងជាងដែនម៉ាញ៉េទិចកម្រិត B_c ការកើនឡើងថាមពលនេះនឹងធំជាង $2D$ ។ ជាលទ្ធផលអេឡិចត្រុងមិនអាចបង្កើតបានជា Cooper pairs ទេ។

ថ្មីៗនេះ មានអង្គធាតុចំលងខ្ពស់មួយប្រភេទហៅថា Ising superconductors ត្រូវបានស្រាវជ្រាវរកឃើញ។ អង្គធាតុចំលងខ្ពស់នេះអាចរក្សាលក្ខណៈរបស់វានៅពេលដែលដែនម៉ាញ៉េទិចត្រូវបានអនុវត្តលើវាស្មើនឹង 60 Tesla ដែលជាដែនម៉ាញ៉េទិចធំបំផុតដែលបានបង្កើតឡើងក្នុងទីពិសោធន៍។ អ្នកនឹងរកមូលហេតុ ថា តើហេតុអ្វីបានជា Ising superconductors មានលក្ខណៈឈ្នះផលប៉ាវ៉ាម៉ាញ៉េទិច និងផលដ្យាម៉ាញ៉េទិច នៃដែនម៉ាញ៉េទិច។

A. អេឡិចត្រុងនៅក្នុងដែនម៉ាញ៉េទិច

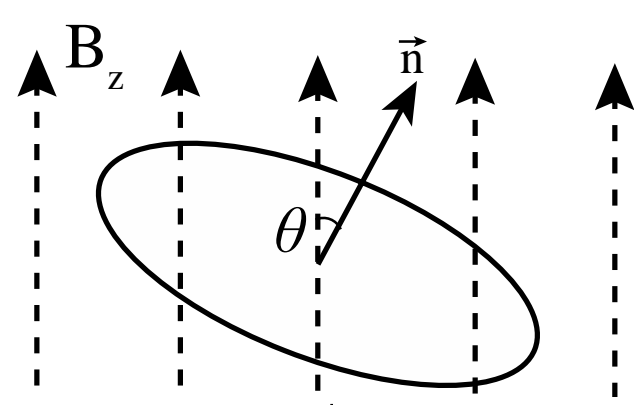
សិក្សាទៅលើកងមួយមានកាំ r បន្ទុកសរុប $-e$, ម៉ាស់ m ។ ម៉ាស់ និងដង់ស៊ីតេបន្ទុកជុំវិញកងគឺ ឯកសណ្ឋានដូចបង្ហាញក្នុងរូបទី ១។



រូបទី ១

A1	ចូរគណនាបរិមាណចលនាមុំ L (អាំងតង់ស៊ីតេ និងទិសដៅ) នៃកង ប្រសិនបើកង វិលដោយវ៉ិចទ័រល្បឿនមុំ ω ។	2 points
A2	មូលដ្ឋាននៃម៉ូម៉ង់ម៉ាញ៉េទិចត្រូវបានកំណត់ដោយ $ \vec{M} = IA$, ដែល I គឺជាចរន្តអគ្គិសនី និង A គឺជាក្រលាផ្ទៃរបស់កង។ សរសេរទំនាក់ទំនងរវាង \vec{M} និង \vec{L} នៃកង។	2 points

សន្មតថា ទិសដៅនៃវ៉ិចទ័រផ្ទៃរបស់កងគឺ \vec{n} និងវាបង្កើតបានមុំ θ ជាមួយដែនម៉ាញ៉េទិច ដូចបានបង្ហាញក្នុងរូបទី ២។

A3	<p>ចំពោះកងក្នុងផ្នែក(A1) ចូរកំណត់កន្សោមថាមពលប៉ូតង់ស្យែល U របស់កង ប្រសិនបើកងត្រូវបានដាក់ក្នុងដែនឯកសណ្ឋាន B_z តាមទិសដៅតាមអ័ក្ស z។ អ្នកយកថាមពលប៉ូតង់ស្យែលស្មើសូន្យចំពោះ $\theta = \pi/2$។</p>  <p>រូបទី ២</p>	2 points
----	--	----------

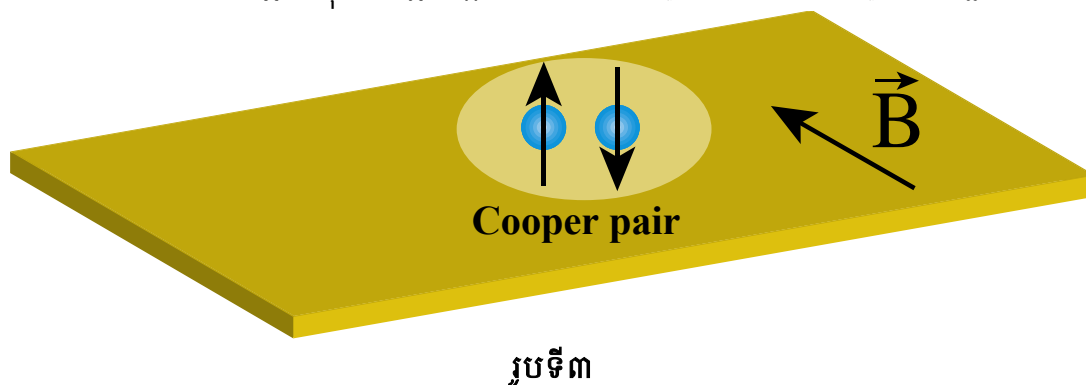
A4	<p>អេឡិចត្រុងមួយមានបរិមាណចលនាមុំសុទ្ធ ដែលហៅថាស្ពីន។ យើងដឹងថាមូលឧបសគ្គរបស់ស្ពីនគឺ $\frac{1}{2}\hbar$ ដែល $\hbar = h/2\pi$ និង h គឺជាថេរ Planck។</p> <p>សរសេរកន្សោមថាមពលប្លូតុងស្បែរ U_{up} និង U_{down} របស់អេឡិចត្រុងមានស្ពីនស្រប និងស្ពីនផ្ទុយជាមួយដែនម៉ាញ៉េទិចរៀងគ្នា។</p> <p>ចូរសរសេរចំលើរបស់អ្នកជាអនុគមន៍នៃ $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \times 10^{-5} \text{eV} \cdot T^{-1}$ និង B ។</p>	1 point
A5	<p>យោងតាមកង់ទិចមេកានិច ថាមពលប្លូតុងស្បែរ \tilde{U}_{up} និង \tilde{U}_{down} គឺជាតម្លៃពីរដងនៃ U_{up} និង U_{down} ដែលរកឃើញក្នុងផ្នែក (A4)។ ឧបមាថាដែនម៉ាញ៉េទិចស្មើ 1T ។ ចូរគណនាតំលៃថាមពលប្លូតុងស្បែរ \tilde{U}_{up} និង \tilde{U}_{down} របស់អេឡិចត្រុងដែលមានស្ពីនស្រប និងស្ពីនផ្ទុយទៅនឹងដែនម៉ាញ៉េទិច រៀងគ្នា។ ចាប់ពីសំនួរនេះទៅ អ្នកត្រូវតែប្រើ \tilde{U}_{up} និង \tilde{U}_{down} ក្នុងការគណនារបស់អ្នក។</p>	1 point

B. ផលប៉ាវ៉ាម៉ាញ៉េទិចនៃដែនម៉ាញ៉េទិចទៅលើ Cooper pairs

នៅក្នុងសំនួរនេះ យើងសិក្សាផលប៉ាវ៉ាម៉ាញ៉េទិចនៃដែនម៉ាញ៉េទិចទៅលើ Cooper pairs ដូចបង្ហាញក្នុងរូបទី៣។

ការសិក្សាទ្រឹស្តីបង្ហាញថាក្នុងអង្គធាតុចំលងខ្ពស់ អេឡិចត្រុងពីរដែលមានស្ពីនផ្ទុយគ្នាអាចបង្កើតជា Cooper pairs ដូច្នេះប្រព័ន្ធទាំងមូលសន្សំថាមពល។ ថាមពលនៃ Cooper pairs អាចសរសេរ

$\frac{p_1^2}{2m_e} + \frac{p_2^2}{2m_e} - 2\Delta$ ដែលពីរក្រុមខាងមុខគឺជាថាមពលស៊ីនេទិចនៃ Cooper pair និងក្រុមចុងក្រោយគឺជាថាមពលសម្រាប់អេឡិចត្រុងដើម្បីបង្កើត Cooper pair មួយ។ Δ គឺជាចំនួនថេរវិជ្ជមាន។



B1	សន្មតថាផលនៃដែនម៉ាញ៉េទិចខាងក្រៅគឺមានតែទៅលើស្ព័ន្ធនៃអេឡិចត្រុង គឺមិនមានអំពើលើទៅលើគន្លងចលនារបស់អេឡិចត្រុងទេ។ សរសេរកន្សោមថាមពល E_s នៃ Cooper pair ស្ថិតក្នុងដែនម៉ាញ៉េទិចឯកសណ្ឋាន $\vec{B} = (B_x, 0, 0)$ ។ រំលឹកឡើងវិញថា អេឡិចត្រុងដែលបង្កើតបានជា Cooper pair ត្រូវតែមានស្ព័ន្ធជួយគ្នា។	1 point
B2	នៅក្នុងភាពធម្មតា(non-superconducting state) អេឡិចត្រុងមិនបង្កើតបានជាគូ Cooper pair ទេ។ ចូរកំណត់ថាមពលទាបបំផុត E_N របស់អេឡិចត្រុងទាំងពីរក្នុងប្លង់ដែនម៉ាញ៉េទិចឯកសណ្ឋាន $\vec{B} = (B_x, 0, 0)$ តាមអ័ក្ស x ។ សូមប្រើ \tilde{U}_{up} និង \tilde{U}_{down} ក្នុងផ្នែក (A5) ក្នុងការគណនារបស់អ្នក និង ផលនៃដែនម៉ាញ៉េទិចទៅលើគន្លងចលនារបស់អេឡិចត្រុងអាចចោលបាន។	1 point
B3	នៅសីតុណ្ហភាព 0 K, ប្រព័ន្ធនឹងមានថាមពលទាបបំផុត។ គណនាតម្លៃកំរិត B_p ជាអនុគមន៍នៃ Δ ដែលចំពោះ $ \vec{B} > B_p$ បណ្តាលអោយលក្ខណៈចំលងខ្ពស់ត្រូវបាត់បង់។	1 point

C. ផលដ្យាម៉ាញ៉េទិចនៃដែនម៉ាញ៉េទិចទៅលើ Cooper pairs

នៅក្នុងសំនួរខាងក្រោម, យើងនឹងមិនគិតផលនៃដែនម៉ាញ៉េទិចទៅលើចលនារបស់ស្ព័ន្ធអេឡិចត្រុង តែយើងនឹងសិក្សាទៅលើផលនៃ ដែនម៉ាញ៉េទិចទៅលើគន្លងចលនានៃ Cooper pairs ។

នៅសីតុណ្ហភាព 0 K, ផលសងថាមពលនៃអង្គធាតុចំលងខ្ពស់ស្ថិតក្នុងភាពចំលងខ្ពស់ និងភាពចំលងធម្មតានៅក្នុងដែនម៉ាញ៉េទិច $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ អាចសរសេរ:

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi \left(-\alpha \psi - \frac{\hbar^2}{4m_e} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{e^2 B_z^2 x^2}{m_e} \psi \right) dx.$$

ដែល $y(x)$ គឺជាអនុគមន៍នៃ x វិជ្ជមាន និងមិនអាស្រ័យទៅនឹង y ។ $y(x)^2$ តាងអោយប្រូប៉ាប៊ីលីតេនៃការរកឃើញ Cooper pair នៅក្បែរ x ។ ដែល $\alpha > 0$ គឺជាចំនួនថេរ និង មានទំនាក់ទំនងទៅនឹងថាមពលសន្សំក្នុងការបង្កើតបាន Cooper pair ។ ក្រុមទីពីរ និងក្រុមទីបីនៅក្នុងកន្សោម F គឺមានទំនាក់ទំនងទៅនឹងថាមពលស៊ីនេទិចរបស់ Cooper pairs ក្រោមផលនៃដែនម៉ាញ៉េទិច។

នៅសីតុណ្ហភាព 0 K, ប្រព័ន្ធនឹងមានថាមពលនៃ F ទាបបំផុត។ នៅក្នុងករណីនេះ $y(x)$ យកចេញពី

$$\text{កន្សោម } \psi(x) = \left(\frac{2\lambda}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\lambda x^2}, \text{ ដែល } \lambda > 0$$

C1	<p>ណនា λ ជាអនុគមន៍នៃ e, B_z, និង \hbar ។</p> <p>កន្សោមអាំងតេក្រាលដែលអាចប្រើ:</p> $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}.$ <p>ដែល a ជាតម្លៃថេរ។</p>	3 points
----	---	----------

C2	ទាញរកតម្លៃកម្រិត B_z ជាអនុគមន៍នៃ α ដែលត្រង់នោះភាពចំលងខ្ពស់នឹងគ្មានវត្តមានទេ។	2 points
----	---	----------

D Ising Superconductors

នៅក្នុងអង្គធាតុដែលមានគន្លងស្ពីនគូ (spin-spin couplings អាចចោលបាន) អេឡិចត្រុងមានបរិមាណចលនា \vec{p} មានដែនម៉ាញ៉េទិចក្នុង $\vec{B}_{1\perp} = (0, 0, -B_z)$ ។ ម្យ៉ាងវិញទៀត, អេឡិចត្រុងមានបរិមាណចលនា $-\vec{p}$ មានដែនម៉ាញ៉េទិច $\vec{B}_{2\perp} = (0, 0, B_z)$ ។ ដែនម៉ាញ៉េទិចខាងក្នុងនេះមានអំពើទៅលើស្ពីននៃអេឡិចត្រុងតែមួយគត់ដូចរូបទី៤។ អង្គធាតុចំលងខ្ពស់ប្រភេទនេះ ហៅថា Ising superconductors ។



Cooper pair

រូបទី៤៖ អេឡិចត្រុងពីរបង្កើតបានជា Cooper pair មួយ។ Electron 1 មានបរិមាណចលនា \vec{p} មានដែនម៉ាញ៉េទិចក្នុង $\vec{B}_{1\perp} = (0, 0, -B_z)$ ប៉ុន្តែ electron 2 មានបរិមាណចលនា $-\vec{p}$ មានដែនម៉ាញ៉េទិចក្នុងផ្ទុយ $\vec{B}_{2\perp} = (0, 0, B_z)$ ។ ដែនម៉ាញ៉េទិចក្នុងតាងដោយខ្សែព្រួញឆ្លង។

D1	ចូរសរសេរកន្សោមថាមពល E_1 នៃ Cooper pair មួយក្នុង Ising superconductor មួយ។	1 point
D2	នៅក្នុងភាពធម្មតានៃអង្គធាតុដែលមានគន្លងស្ពីនគូ, ចូរសរសេរកន្សោមថាមពល $E_{ }$ ចំពោះអេឡិចត្រុងពីរស្ថិតក្នុងដែនម៉ាញ៉េទិចឯកសណ្ឋាន $\vec{B}_{ } = (B_x, 0, 0)$ (ដែនម៉ាញ៉េទិចនៅតែមានហើយកែងទៅនឹង $\vec{B}_{1\perp}$ ។ អ្នកអាចមិនគិតដល់ដែនម៉ាញ៉េទិចមកលើគន្លងចលនានៃ Cooper pairs ។)	2 points
D3	គណនាតម្លៃកំរិត B_1 ក្នុងករណី $ \vec{B}_{ } > B_1, E_{ } < E_1$ ។	1 point